1/5

1. (a) কেতিয়া এটা ফলন f বদ্ধ অন্তৰ $[a, b]$ত অনৱচ্ছিন্ন হোৱা বুলি কোৱা হয়? 1

When is a function f said to be continuous in a closed interval $[a, b]$?

(b) তলৰ যি কোনো এটাৰ মান নিৰ্ণয় কৰা : 3

Evaluate any *one* of the following :

(i) $\lim_{x \to 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x - \sin x}$

(ii) $\lim_{x \to 0} \frac{\tan x - x}{x - \sin x}$

(c) f ফলনৰ সংজ্ঞা এনেদৰে দিয়া আছে

$$f(x) = (1+3x)^{1/x}, \quad x \neq 0$$
$$= e^3 \quad , \quad x = 0$$

দেখুওৱা যে $x = 0$ বিন্দুত ফলন অনবচ্ছিন্ন।

Show that the function f defined by

$$f(x) = (1+3x)^{1/x}, \quad x \neq 0$$
$$= e^3 \quad , \quad x = 0$$

is continuous at $x = 0$.

3

অথবা / Or

যদি (If)

$$u = \tan^{-1} \frac{x^3 + y^3}{x - y}$$

তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে (then prove that)

$$x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u$$

(d) $y=(ax+b)^m$ ৰ n-তম অৱকলজ নিৰ্ণয় কৰা য'ত $n \leq m$ আৰু $m, n \in N$. 1

Find the n-th derivative of $y=(ax+b)^m$, where $n \leq m$ and $m, n \in N$.

(e) যদি (If)

$$y=\frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}}$$

দেখুওৱা যে (show that)

$$(1-x^2)y_{n+2}-(2n+3)xy_{n+1}-(n+1)^2 y_n = 0$$ 4

2. লিবনিটজৰ উপপাদ্যটো উল্লেখ কৰা আৰু প্ৰমাণ কৰা। 5

State and prove Leibnitz's theorem.

3. (a) যদি $u=f(xyz)$ হয়, তেন্তে $\frac{\partial f}{\partial y}$ নিৰ্ণয় কৰা। 1

If $u=f(xyz)$, then find $\frac{\partial f}{\partial y}$.

(b) যদি (If)

$$u=\sin^{-1}\left\{\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right\}$$

তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে (then prove that)

$$\frac{\partial u}{\partial x}=-\frac{y}{x}\frac{\partial u}{\partial y}$$ 4

(c) যদি $y=\sin^2 x$, তেন্তে y_n নিৰ্ণয় কৰা। 1

If $y=\sin^2 x$, then find y_n.

4. *(a)* যদি $f = \tan^{-1}\frac{y}{x}$ হয়, তেন্তে $\frac{\partial f}{\partial x}$ নিৰ্ণয় কৰা।

If $f = \tan^{-1}\frac{y}{x}$, then find $\frac{\partial f}{\partial x}$. 1

(b) দেখুওৱা যে এটা ফলন $f(x) = |x| + |x-1|$, এটা বিন্দু $x = 1$ ত অনৱচ্ছিন্ন কিন্তু অৱকলনীয় নহয়।

Show that the function f defined as follows, is continuous but not derivable at $x = 1$, $f(x) = |x| + |x-1|$. 3

(c) যদি (If)

$$u = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

তেন্তে দেখুওৱা যে (then show that)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$$

3

5. *(a)* $y = x^2(a - x)$ বক্ৰৰ উপস্পৰ্শকৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰা। 1

Find the length of th

6. *(a)* যি কোনো বক্ৰৰ ক্ষেত্ৰত উপস্পৰ্শকৰ সংজ্ঞা লিখা। 1

Define subtangent to any curve.

(b) $x = a(\theta + \sin\theta)$ আৰু $y = a(1 - \cos\theta)$ বক্ৰৰ θ ত উপস্পৰ্শকৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰা। 3

Find the lengths of subtangent to $x = a(\theta + \sin\theta)$ and $y = a(1 - \cos\theta)$ at θ.

3/5

7. তলত দিয়া বক্ৰৰ অনন্তস্পৰ্শী নিৰ্ণয় কৰা :

Find the asymptotes of the following curve :

(i) $$x^3 - 2x^2y + xy^2 + x^2 - xy + 2 = 0$$

অথবা / *Or*

$a^4y^2 = x^4(2x^2 - 3a^2)$ বক্ৰৰ অৱস্থান আৰু দ্বি-বিন্দুৰ প্ৰকৃতি নিৰ্ণয় কৰা।

Find the position and nature of the double points of the curve $a^4y^2 = x^4(2x^2 - 3a^2)$.

4

3

5. (a) $y = x^2(a-x)$ বক্ৰৰ উপস্পৰ্শকৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰা। 1

Find the length of the subtangent to the curve $y = x^2(a-x)$.

(b) দেখুওৱা যে, যি কোনো বক্ৰৰ ক্ষেত্ৰত

$$\frac{\text{উপ-অভিলম্ব}}{\text{উপ-স্পৰ্শক}} = \left(\frac{\text{অভিলম্বৰ দীঘ}}{\text{স্পৰ্শকৰ দীঘ}}\right)^2$$

Show that in any curve 2

$$\frac{\text{subnormal}}{\text{subtangent}} = \left(\frac{\text{length of normal}}{\text{length of tangent}}\right)^2$$

Find the position and nature of the double points of the curve $a^4y^2 = x^4(2x^2 - 3a^2)$.

8. তলৰ যি কোনো এটাৰ মান নিৰ্ণয় কৰা : 4

Evaluate any *one* of the following :

(a) $y = x(x^2-1)$ বক্ৰৰ অনুৰেখন নিৰ্ণয় কৰা।

Trace the curve $y = x(x^2-1)$.

(b) দেখুওৱা যে $r = a(1-\cos\theta)$ কাৰ্ডিঅইডৰ যি কোনো বিন্দু (r, θ) ত বক্ৰতা ব্যাসাৰ্ধ $\frac{2}{3}\sqrt{2ar}$.

Show that the radius of curvature at any point (r, θ) of the cardioid $r = a(1-\cos\theta)$ is given by $\frac{2}{3}\sqrt{2ar}$.

9. $f(x, y) = 0$ বক্ৰৰ যি কোনো বিন্দু (x, y)ত বহু বিন্দু হোৱাৰ প্ৰয়োজনীয় আৰু পৰ্যাপ্ত চৰ্ত উল্লেখ কৰি প্ৰমাণ কৰা। 5

State and prove the necessary and sufficient condition for any point (x, y) on the curve $f(x, y) = 0$ to be a multiple point.

অথবা / *Or*

এটা বক্ৰৰ কাৰ্টেচিয়ান সমীকৰণ $y = f(x)$ হ'লে বক্ৰৰ এটা বিন্দুত বক্ৰতা ব্যাসাৰ্ধ নিৰ্ণয় কৰা।

Find the radius of curvature at a point of the Cartesian equation of the curve $y = f(x)$.

10. *(a)*

11. লাগ্ৰাঞ্জৰ মধ্যমান উপপাদ্য উল্লেখ কৰি প্ৰমাণ কৰা। 1+4=5

State and prove Lagrange's mean value theorem.

অথবা / *Or*

মেক্লৰিনৰ উপপাদ্য ব্যৱহাৰ কৰি $\sin x$ক x-ৰ সূচকত অসীম শ্ৰেণীত বিস্তৃতি কৰা। 5

Using Maclaurin's theorem, expand $\sin x$ in an infinite series in powers of x.

... point of the Cartesian equation of the curve $y = f(x)$.

10. *(a)* বোলৰ উপপাদ্যটো লিখা।

State the Rolle's theorem. 1

(b) $[-1, 1]$ অন্তৰালত $f(x) = \frac{1}{2-x^2}$ ফলনৰ বাবে বোলৰ উপপাদ্য প্ৰতিপন্ন কৰা।

Verify Rolle's theorem for the function 2

$$f(x) = \frac{1}{2-x^2}$$

in the interval $[-1, 1]$.

(c) মধ্যমান উপপাদ্য $f(b) - f(a) = (b-a)f'(\xi)$ প্ৰতিপন্ন কৰা য'ত $f(x) = x(x-1)(x-3)$, $a = 0$, $b = \frac{1}{2}$ আৰু ξ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

Verify the applicability of the mean value theorem $f(b) - f(a) = (b-a)f'(\xi)$, $a < \xi < b$ if $f(x) = x(x-1)(x-3)$, where $a = 0$, $b = \frac{1}{2}$. Also find the value of ξ. 4

12. *(a)* যদি (If)

$$f(x) = f(0) + xf'(0) + \frac{x^2}{\underline{2}} f''(\theta x)$$

তেন্তে θ ৰ মান উলিওৱা যেতিয়া $x \to 1$ আৰু য'ত $f(x) = (1-x)^{5/2}$.

then find θ when $x \to 1$ and where $f(x) = (1-x)^{5/2}$. 3

(b) $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x - 12x + 20$ ফলনৰ সৰ্বোচ্চ আৰু সৰ্বনিম্ন মান নিৰ্ণয় কৰা।

Find the maximum and minimum values of the function 4/5

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x - 12x + 20$$

13. *(a)* $\log x$ক $x-1$ৰ সূচকত বিস্তৃতি কৰা য'ত $0 < x \leq 2$. 1

Expand $\log x$ in powers of $x-1$ where $0 < x \leq 2$.

(b) তলৰ যি কোনো এটাৰ মান নিৰ্ণয় কৰা : 4

Evaluate any *one* of the following :

(i) $\lim_{x \to 1} \left\{ \frac{x}{x-1} - \frac{1}{\log x} \right\}$

(ii) $\lim_{x \to 0} (\cos x)^{\cot^2 x}$

14. (a) লাগ্ৰাঞ্জৰ ৰূপৰ অৱশেষ থকা মেক্লবিনৰ উপপাদ্য লিখা। 1

Write the Maclaurin's theorem with Lagrange's form of remainder.

(b) মেক্লবিনৰ অসীম শ্ৰেণী ব্যৱহাৰ কৰি $\log(1+x)$ ৰ বিস্তৃতি কৰা য'ত $-1<x<1$. 5

Expand $\log(1+x)$ using Maclaurin's infinite series where $-1<x<1$.

অথবা / *Or*

লাগ্ৰাঞ্জৰ ৰূপৰ অৱশেষ থকা টেইলৰৰ উপপাদ্য লিখি প্ৰমাণ কৰা।

5/5

অথবা / Or

লাগ্ৰাঞ্জৰ ৰূপৰ অৱশেষ থকা টেইলৰৰ উপপাদ্য লিখি প্ৰমাণ কৰা।

State and prove Taylor's theorem with Lagrange's form of remainder.