

Total No. of Printed Pages—8

1 SEM FYUGP MINMTH1

2 0 2 3

(December)

MATHEMATICS

(Minor)

Paper : MINMTH1

(Differential Calculus)

Full Marks : 80

Pass Marks : 24

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

1. (a) ε - δ ব্যৱহাৰ কৰি ফলনৰ সীমাৰ সংজ্ঞা লিখা। 1

Using ε - δ , write the definition of limit.

- (b) বিচ্ছিন্নতাৰ প্ৰকাৰ লিখা, যদি

$$\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a+0} f(x) \quad 1$$

Write the type of discontinuity, if

$$\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a+0} f(x)$$

24P/494

(Turn Over)



(2)

(c) যদি $f(x) = 2x$, $L = 8$, $a = 4$, $\varepsilon = 0.1$, তেন্তে δ ব মান নিৰ্ণয় কৰা য'ত

$$0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$$

হয়।

If $f(x) = 2x$, $L = 8$, $a = 4$, $\varepsilon = 0.1$, then find δ such that

$$0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$$

(d) মান নিৰ্ণয় কৰা :

Evaluate :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - x}{2x^3 - 5}$$

(e) দেখুওৱা যে $f(x) = |x|$, $x \in \mathbb{R}$ সকলোতে অনবিচ্ছিন্ন।

Show that $f(x) = |x|$, $x \in \mathbb{R}$ is continuous everywhere.

অথবা / Or

যদি এটা ফলন f তলত দিয়া দৰে সংজ্ঞাবদ্ধ হয়

$$f(x) = \begin{cases} 5x - 4, & \text{যেতিয়া } 0 < x \leq 1 \\ 4x^2 - 3x, & \text{যেতিয়া } 1 < x < 2 \end{cases}$$

তেন্তে দেখুওৱা যে $x = 1$ বিন্দুত f ফলনটো অনবিচ্ছিন্ন।

If a function f is defined as

$$f(x) = \begin{cases} 5x - 4, & \text{if } 0 < x \leq 1 \\ 4x^2 - 3x, & \text{if } 1 < x < 2 \end{cases}$$

then show that f is continuous at $x = 1$.

24P/494

(Continued)

(3)

(f) প্রমাণ কৰা যে যদি $x = c$ বিন্দুত f ফলনটো অৱকলনীয় হয়, তেন্তে $x = c$ বিন্দুত অনবিচ্ছিন্ন হ'ব।

Prove that if a function f is differentiable at $x = c$, then f is continuous at $x = c$.

অথবা / Or

যদি $y = x^{2n}$, য'ত n এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা, তেন্তে দেখুওৱা যে

$$y_n = 2^n \{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n - 1)\} x^n$$

If $y = x^{2n}$, where n is a positive integer, then show that

$$y_n = 2^n \{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n - 1)\} x^n$$

2. (a) যদি $y = \sin 3x$, তেন্তে y_n নিৰ্ণয় কৰা।

If $y = \sin 3x$, then find y_n .

(b) দুটা চকৰ সমমাত্রাৰ ফলনৰ বাবে অয়লাৰৰ উপপাদ্য লিখা।

State Euler's theorem on homogeneous function of two variables.

(c) যদি $y = \log(ax + b)$, তেন্তে y_n নিৰ্ণয় কৰা।

If $y = \log(ax + b)$, then find y_n .

(d) লিবাৰ্জৰ উপপাদ্যটো উল্লেখ কৰা আৰু প্রমাণ কৰা।

State and prove Leibnitz's theorem.

24P/494

(Turn Over)

অথবা / Or

যদি $y = e^{a \sin^{-1} x}$, তেজে দেখুওৱা যে

$$(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - (n^2+a^2)y_n = 0$$

If $y = e^{a \sin^{-1} x}$, then show that

$$(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - (n^2+a^2)y_n = 0$$

(e) যদি $f(x, y) = x \cos y + ye^x$, তেজে দেখুওৱা যে

$$f_{xy}(x, y) = f_{yx}(x, y) \quad 2$$

If $f(x, y) = x \cos y + ye^x$, then show that

$$f_{xy}(x, y) = f_{yx}(x, y)$$

(f) যদি $u = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$, তেজে দেখুওৱা যে

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{3}{x+y+z} \quad 4$$

If $u = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$, then show that

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{3}{x+y+z}$$

অথবা / Or

যদি $u = \sin^{-1} \frac{x}{y} + \tan^{-1} \frac{y}{x}$, তেজে দেখুওৱা যে

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

If $u = \sin^{-1} \frac{x}{y} + \tan^{-1} \frac{y}{x}$, then show that

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

3. (a) $y = f(x)$ বক্ৰৰ (x_1, y_1) বিন্দুত স্পৰ্শকৰ সমীকৰণ লিখা। 1Write the equation of tangent to the curve $y = f(x)$ at the point (x_1, y_1) .(b) $xy = 4$ সমীকৰণটো ধ্ৰুৱীয় স্থানাংকত প্ৰকাশ কৰা। 1Express the equation $xy = 4$ in polar coordinate.(c) $y = x^3 - 2x^2 - x + 5$ বক্ৰৰ $(0, 5)$ বিন্দুত স্পৰ্শকৰ সমীকৰণ উলিওৱা। 3Find the equation of the tangent to the curve $y = x^3 - 2x^2 - x + 5$ at $(0, 5)$.

অথবা / Or

 $x^2 + xy - y^2 = 1$ বক্ৰৰ $(2, 3)$ বিন্দুত টনা অভিলম্বৰ সমীকৰণ উলিওৱা।Find the equation of the normal to the curve $x^2 + xy - y^2 = 1$ at $(2, 3)$.

(6)

- (d) $x^4 + y^4 = 2$ বক্ৰৰ $(1, 1)$ বিন্দুত বক্ৰতৰ ব্যাসাৰ্ধ
নিৰ্ণয় কৰা। 5

Find the radius of curvature of the curve
 $x^4 + y^4 = 2$ at the point $(1, 1)$.

অথবা / Or

$r = a(1 - \cos\theta)$ কাৰ্ডিইডৰ যি কোনো বিন্দু (r, θ) ত
বক্ৰতৰ ব্যাসাৰ্ধ নিৰ্ণয় কৰা।

Find the radius of curvature at any point
 (r, θ) of the cardioid $r = a(1 - \cos\theta)$.

4. (a) বিভক্তি বিন্দুৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1

Define inflection point.

- (b) উপবৃত্তৰ প্ৰাচলিক সমীকৰণ লিখা। 1

Write the parametric equation of ellipse.

- (c) $x = 2t - 3$ আৰু $y = 6t - 7$ প্ৰাচলিক সমীকৰণৰ চিত্ৰ
অংকন কৰা। 4

Draw the graph of parametric equations
 $x = 2t - 3$ and $y = 6t - 7$.

অথবা / Or

$x^2 + (y - 3)^2 = 9$ সমীকৰণটো প্লটীয়া আকাৰত প্ৰকাশ
কৰি চিত্ৰ অংকন কৰা।

Express the equation $x^2 + (y - 3)^2 = 9$ in
polar coordinates and sketch the graph.

24P/494

(Continued)

(7)

- (d) $y = x^4 - 4x^3 + 10x$ চিত্ৰ অংকন কৰা আৰু বিভক্তি
বিন্দু আছে যদি, চিনাক্ত কৰা। 5

Draw the graph of $y = x^4 - 4x^3 + 10$ and
identify the inflection point, if any.

অথবা / Or

তলত দিয়া বক্ৰৰ অনন্তস্পৰ্শী নিৰ্ণয় কৰা :
Find the asymptotes of the following
curve :

$$x^3 + 2x^2y - xy^2 - 2y^3 + xy - y^2 - 1 = 0$$

- (e) $r = 1 + \cos\theta$ বক্ৰৰ চিত্ৰ অংকন কৰা। 4
Trace the curve $r = 1 + \cos\theta$.

5. (a) ৰোলৰ উপপাদ্যটো লিখা আৰু প্ৰমাণ কৰা। 5
State and prove Rolle's theorem.

- (b) $f(x) = \frac{x^3}{3} - 3x$ ফলনৰ $[-3, 3]$ অন্তৰালত ৰোলৰ
উপপাদ্যটো সত্যাপন কৰা। 3

Verify Rolle's theorem for the function
 $f(x) = \frac{x^3}{3} - 3x$ in the interval $[-3, 3]$.

- (c) লেভেঞ্জৰ মধ্যমানৰ উপপাদ্যটো লিখা। 2
Write the Lagrange's mean value
theorem.

6. (a) ক'চিৰ অৱশিষ্ট আকাৰৰ সৈতে টেইলৰৰ উপপাদ্যটো
লিখা। 2
State Taylor's theorem with Cauchy's
form of remainder.

24P/494

(Turn Over)

- (b) $\log(1+x)$ প্রসাৰণত, n টা পদৰ পিছত ক'চিৰ
অৱশিষ্ট নিৰ্ণয় কৰা। 2
- Find the Cauchy's remainder after n
terms in the expansion of $\log(1+x)$.
- (c) মেকলৰিনৰ উপপাদ্য ব্যৱহাৰ কৰি $\cos x$ ক x সূচকত
অসীম শ্ৰেণীত বিস্তৃতি কৰা। 5
- Using Maclaurin's theorem, expand $\cos x$
in an infinite series in powers of x .
- অথবা / Or
- $f(x) = 5x^6 + 18x^5 + 15x^4 - 10$ ফলনৰ চৰম
মান নিৰ্ণয় কৰা।
- Evaluate extreme value of the function
 $f(x) = 5x^6 + 18x^5 + 15x^4 - 10$.
- (d) মান নিৰ্ণয় কৰা (যি কোনো দুটা) : $3 \times 2 = 6$
Evaluate (any two) :
- (i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x - \sin x}$
- (ii) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{1/x}$
- (iii) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$
- (iv) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4}{e^x}$

★★★